다중 광 네트워크에서 RWA 문제를 해결하는 새로운 알고리즘 제안

강성수[†] · 김창근[†] · 김순석[††] · 탁한호[†††]

요 약

본 논문은 다중 광 네트워크상에서 WDM(Wavelength Division Multiplexing)을 이용한 경로 설정 및 파장 할당문제 즉, RWA 문제를 해결하는 새로운 알고리즘을 개발하는데 있다. 현재까지 다중 광 네트워크상의 임의 경로에 파장을 할당하는 문제는 NP-hard 문제[1]로 알려져 있으며, 또한 다중 광 네트워크상에서 주어진 노드쌍들을 연결하는 각각의 링크에는 서로 다른 파장을 할당해야 한다는 기술상에 제약조건을 안고 있다. 따라서, 본 논문에서는 주어진 네트워크의 유형을 트리 형태로 한정지어 생각하고, 트리구조상에서 위의 제약조건을 만족하면서 논문 [7]에서 제안한 이론을 토대로 Divided & Conquer 방법을 이용하여 실제 모든 경로에 파장을 할당하는 다항시간 알고리즘을 제안하였다. 새롭게 제안한 알고리즘의 분석 결과는 $O(n^4 \log n)$이다.

A Proposal of an New Algorithm for RWA Problem on Multi-optical Network

Sungsoo Kang[†], Changgeun Kim[†], Soonseok Kim[††] and Hanho Tack[†††]

ABSTRACT

This paper considers the problem of routing connections in multi-optical tree network using WDM (Wavelength Division Multiplexing), where each connection between a pair of nodes in the network is assigned a path through the network and a wavelength on that path, such that connections whose paths share a common link in the network are assigned different wavelengths.

The problem of optimal colouring of paths on multi-optical network is NP-hard[1], but if that is the colouring of all paths, then there exists an efficient polynomial time algorithm. In this paper, using divided & conquer method we gave an efficient algorithm to assign wavelengths to the all paths of a tree network based on the theory of [7] and our time complexity is $O(n^4 \log n)$.

1. 서 론

광학 기술은 현재 통신 네트워크 분야에서 실질적인 요소 기술로 떠오르고 있으며, 고속의 근거리 통신망(LAN)이나 원거리 통신망(WAN)에서 중추적인 역할을 수행할 것으로 기대를 모으고 있다[2]. 또한, 이 기술은 하나의 광 파장만으로 초당 수 기가 바이트나 되는 전송률을 지원하고 있어서 음성, 데이터 그리고 비디오 등과 같은 다중의 채널을 동시에 서비스할 수 있을 뿐만 아니라, 각기 다른 빛의 파장으로 동일한 광섬유 링크를 따라 전파되는, 여러 개의 레이저빔들을 이용하게 되면 보다 나은 전송률을 제공할 수가 있다. 이러한 기술은 모두가 광 대역폭을 여러 개의 채널로 나누어서, 이 여러 개의 데이터 스트림이 동시에 같은 광섬유 링크내의 다른 채널을 통해 전송되는 파장 분할 다중화(WDM)방식을 이용함으로써 가능하게 되었는데, 현재 WDM을 이용한 네트워크의 핵심 기술로는 다중화 가능한 파장의 수를 늘려 전송 라인의 대역폭을 확장하는 것과 각 노

[†] 진주산업대학교 컴퓨터공학과 교수
[††] 중앙대학교 컴퓨터공학과 박사과정
[†††] 진주산업대학교 전자공학과 교수

드의 처리 용량을 늘리고 파장 사용의 효율성을 높이기 위한 파장 라우팅 기술을 들 수 있다. 그러나 동시에 다중화 가능한 파장의 수에는 제한이 따르며 망의 건설 비용을 절감하기 위해서도 최소 개수의 파장만을 사용하여 주어진 통신 요구를 만족시킬 수 있도록 망을 구성하여야 한다. 따라서, 파장 경로의 라우팅 및 파장 할당 즉, RWA(Routing and Wavelength Assignment) 문제는 이러한 최적화된 WDM 네트워크를 구성하는데 있어서 반드시 해결되어야 하는 문제이다.

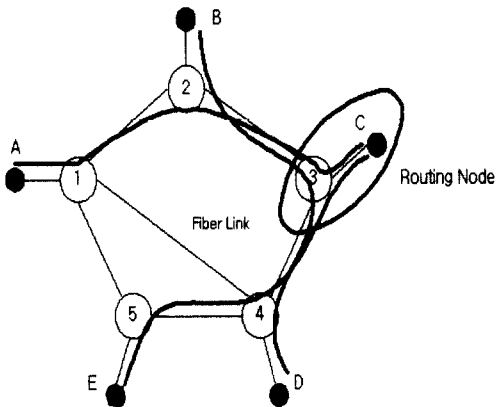



그림 1. 파장 라우팅 방식을 수용한 WDM 다중 광 네트워크의 구조

광 네트워크에서 주어진 요청 경로들의 집합을 각각 *(a1, b1), (a2, b2), (a3, b3), ... , (ak, bk)*라 하면, 경로 *Pi*에 의해 노드 *ai*와 *bi*가 연결될 것이 요구되는데, 이때 전자기적인 간섭 현상을 피하기 위해 같은 파장을 갖는 모든 경로들이 한 링크를 공유하지 않도록 각각의 경로 *Pi*에 파장을 할당할 수 있다. 이러한 관점에서 문제를 보면, 이 문제는 무방향(undirected) 그래프[3]상의 문제로 생각할 수 있다. 그러나, 근래에는 양방향 링크가 서로 반대 방향의 두 단방향 링크로 구성되어 있다는 관점에서 보고 네트워크를 단순히 무방향 그래프로 생각하는 것이 아니라 방향을 갖는 경로(directed path)로 생각하여 문제를 해결하는 것이 더 바람직하다는 견해가 많아 그 방향으로 연구가 진행되고 있다. 따라서, 이러한 상황에 맞는 새로운 모델을 대칭성 방향 그래프(symmetric directed graph), 내지는 앞서 설명한 방향을 갖는 경로, 줄여서 "dipath"로 간주하여 네트워크의 형태를 표현하고 있다[4,5].

본 논문에서는 이러한 네트워크의 유형을 트리의 경우로 한정지어 생각하려한다. 그 이유는 사실상 트리 형태의 네트워크가 통신 업계에서 거의 표준으로 자리잡고 있으며[5], 요구되는 노드 쌍들의 경로를 설정하는데 있어서도 트리 구조인 경우에는 그 경로가 유일하기 때문에 문제의 영역을 거의 반으로 줄여줄 수가 있다. 트리의 경우는 크게 이진 트리와 일반 트리의 두 경우로 나뉠 수 있다. 이진 트리의 경우에 있어서는 현재까지 많은 연구가 이뤄지고 있으나[6], 일반 트리의 경우에 있어서는 아직 그 연구가 미비한 상태다. 왜냐하면 일반 트리, 특히 그 중에서도 대칭성 방향 트리에서, 이미 네트워크가 주어져 있을 경우에 요청되는 임의 경로들에 파장을 할당하는 문제는 현재까지 몇몇 휴리스틱한 알고리즘들이 개발되고 있긴 하지만, 일반적으로 NP-hard임이 알려져 있기 때문이다[6,7]. 하지만, 만일 주어진 경로가 임의 경로가 아닌 모든 경로일 경우는 더 이상 NP-hard가 아니다.

대칭성 방향 트리라 함은, 주어진 트리 상의 양방향 링크를 서로 반대 방향의 두 단방향 링크로 간주하고 이를 네트워크 토폴로지로 구성한 것을 말한다. 이때 반드시 주의해야 할 점은 같은 방향에서 하나의 에지를 통과하는 *dipath*는 서로 다른 컬러를 사용해야 한다는 것이다. 이러한 내용을 좀더 정형화하여 기술하면 다음과 같다.

주어진 트리를 *T*, 트리 *T*의 *dipath*들의 집합을 *S*라 하고, 임의의 두 노드를 각각 *x, y*라 하자. 이때 각 에지는 *x*로부터 *y*방향으로 운행한다고 가정한다. 다시 말해, *dipath P(x, y)*와 *P(y, x)*는 서로 다르며, 따라서 어떤 에지도 같은 방향으로 운행될 수가 없다. 이때 같은 방향에서 하나의 에지를 이용하여 *S*의 *dipath*들이 서로 다른 컬러를 얻을 수 있도록 주어진 *S*를 채색하는 것이다. 이러한 문제와 관련하여 [7]에서는 다음과 같은 결과를 정의하고 증명하였다.

[정리 1] 주어진 트리를 *T*라 하고 트리 *T*의 *dipath*들의 집합을 *S*라 하자. 이때 만일 주어진 *S*를 채색하는 데 사용될 수 있는 최소 컬러 수(혹은 파장 수)를 *c(T)*라 하고 주어진 트리 *T*의 임의의 한 에지를 동일 방향으로 통과하는 *S*로부터 *dipath*들의 최대 수를 *Π(T)*라 한다면, *c(T)= Π(T)*이다.

즉, 위 [7]에서는 파장 할당 문제를 경로 채색 문제

로 간주하여 주어진 문제를 해결하고 있는데, 주어진 네트워크 토폴로지를 일반 트리라 가정하고 트리상의 모든 경로에 대해 파장을 할당한다고 할 경우에, 해당하는 모든 경로에 대해 채색(coloring)할 수 있는 최소 컬러 수는 일반 트리구조상에서 모든 경로에 대해 할당할 수 있는 최대 파장 수와 같음을 증명하고 있다. 즉, 최대 파장 수($c(T)$ 혹은 $\Pi(T)$)의 범위 내에서 원하는 임의의 모든 경로에 파장을 할당할 수 있다는 것을 의미한다.

하지만, [7]의 경우에 있어서는 대략적으로 정의와 증명만이 된 상태이며 현재까지 이와 관련하여 실제 알고리즘으로 구현, 기 발표된 논문은 없는 상태이다.

따라서, 본 논문에서는 주어진 경로가 임의 경로가 아닌 모든 가능한 경로(all-to-to)에 대해, 앞서 설명한 [7]에서 증명된 이론을 근거로, 다항 시간 내에 실제 해결 가능한 새로운 알고리즘을 제안하려 한다.

2. RWA 알고리즘

2.1 알고리즘 개요

본 논문에서 제안하는 알고리즘은 위의 정리 1을 근거로 일반 트리 상에서 모든 경로에 파장을 할당하는 알고리즘이다. 그러기 위해선 먼저, 최대로 필요한 파장의 개수($c(T)$ 혹은 $\Pi(T)$)를 알아야 하며 이 두 수를 근거로 파장을 할당해야 한다. 이때, 이 두 값은 모두 동일함으로, 이 둘 중 어느 하나의 값만 알아도 나머지의 값은 쉽게 구할 수가 있다.

지금부터 우리는 $\Pi(T)$의 값을 알고자 한다. $\Pi(T)$는 주어진 트리 T의 에지들 중, 가장 많은 경로를 포함하는 에지를 찾아 그 경로 수를 구하면 된다. 일반적으로 임의의 어느 한 에지가 얼마나 많을 경로를 갖는가를 알기 위해서는 주어진 트리 T를 해당 에지를 중심으로 양분하여 양분된 각각의 서브트리 내에 있는 각 노드들의 합을 구해 이 둘을 곱하면 된다. 따라서, 이 문제는 주어진 트리 T의 각 노드마다, 이 노드를 근노드로 하는, 자신 노드를 포함한 하위 노드들의 최대 개수를 조사함으로써 해결할 수가 있다.

주어진 트리를 T, 트리 T의 임의의 한 노드를 v라 하고 노드 v의 가중치를 $w(v)$라 하자. 이때 $w(v)$는 자신 노드를 포함한 하위 노드들의 개수의 합으로, 양의 정수이다. 만일 트리 T내에 임의의 노드들의 집합을 V라 한다면,

$$w(V) = \sum v \in V \;\; w(v)$$

로 표기할 수 있다. 예를 들어, $w(T)$인 경우는 주어진 트리 T내에 있는 모든 노드 수의 합이다.

주어진 트리 T의 에지를 e라 하자. 주어진 트리 T로부터 어느 한 에지 e를 제거하면 각각 두 개의 서브트리 $T1$과 $T2$로 나뉠 수 있다. 즉, 이것은 어느 한 에지 e를 중심으로 주어진 트리 T가 두 개의 서브트리 $T1$과 $T2$로 양분됨을 의미한다. 이때 서브트리 $T1$의 모든 노드들이 서브트리 $T2$의 모든 노드들로 가는 경로의 수는, $w(T1)*w(T2)$가 된다. 또한 반대의 경우도 마찬가지이다. 따라서, 우리가 원하는 $\Pi(T)$의 값은 주어진 트리 T의 모든 에지 e들에 대해 $w(T1)*w(T2)$의 값을 조사하여 이 값들 중 최대 값을 구하면 된다. 이 값이 바로 $\Pi(T)$ 즉, 주어진 트리 T의 임의의 한 에지를 동일 방향으로 통과하는 *dipath*들의 최대 수이며, $c(T)$ 즉, 주어진 *dipath*들의 집합 S를 채색하는 데 사용될 수 있는 최소 컬러 수(혹은 파장 수)가 된다.

이제부터는 주어진 컬러 수(혹은 파장 수)의 범위 내에서 어떠한 방법으로 컬러를 할당하는 가에 대해 살펴보고자 한다.

파장의 개수는 위에서 설명한 바와 같이, 일반적으로 $w(T1)*w(T2)$ 즉, $w(v)*w(v')$(이때, 노드 v와 v'를 각각 $T1$과 $T2$의 최상위 노드라 하자.)로 나타낼 수 있으며, 이때 노드 v와 v'를 연결하는 특정 에지 e가 주어진 일반 트리 T상에서 최대 경로를 가진다. 따라서, 이 특정 에지 e를 중심으로 주어진 일반 트리 T는 서브트리 $T1$과 $T2$로 양분될 수가 있다. 이렇게 양분된 각각의 서브트리들 간에 적절한 컬러를 할당함으로써 최초의 파장 할당이 이루어지며 이렇게 할당된 파장을 근거로 주어진 트리 상의 모든 경로에 파장이 할당된다.

주어진 일반 트리 T의 모든 경로에 컬러를 할당하는 방법은 아래와 같이 크게 두 가지로 나뉠 수 있다.

① ***Global Coloring*** - 최초로 양분된 서브트리 $T1$과 $T2$에 대해, 제한된 최대 컬러 수 $\Pi(T)$의 범위 내에서 일정 순서에 의해 파장을 할당한다.

② ***Local Coloring*** - 최초가 아닌 양분된 서브트리 $T1$과 $T2$에 대해, 제한된 최대 컬러 수 $\Pi(T)$의 범위 내에서 다음의 제약 조건을 만족하면서 일정한

규칙에 의해 파장을 할당한다.

[제약 조건] 주어진 네트워크 상에서 하나의 에지를 같은 방향으로 공유하는 어떤 두 경로도 동일한 파장으로 할당될 수 없다.

[Global Coloring 방법]

Global coloring 방법은, 주어진 트리 *T*를 최초 양분한, 서브트리 *T1*과 *T2*에 대해 다음과 같은 방법으로 파장을 할당한다.[그림 2참조]

① 서브트리 T2에서 서브트리 T1으로의 컬러 할당

단계 1. 서브트리 *T2*의 근노드로부터 *T1*의 전 노드로 DFS(깊이우선탐색, Depth First Search)순서를 따라 *컬러1*부터 차례로 *컬러2, 컬러3, ... , 컬러 w(T1)*을 서브트리 *T1*의 전 노드 개수만큼 할당한다.

단계 2. DFS의 순서에 따라 서브트리 *T2*

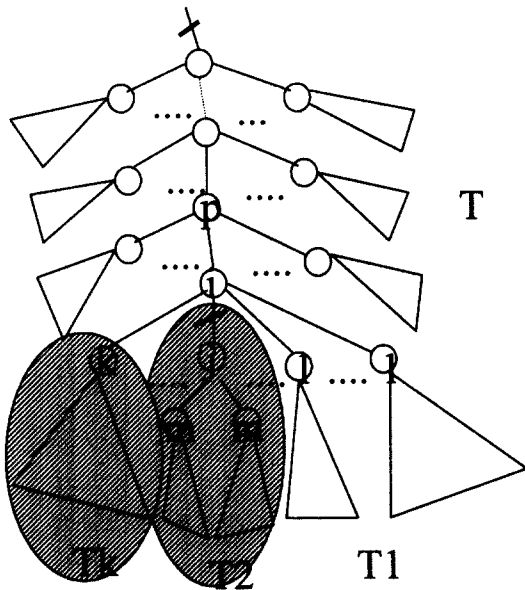



그림 2. Coloring 방법

의 다음 노드를 검색하여 이 노드부터 서브트리 *T1*의 전 노드로, 위의 단계1에서 할당된 다음 컬러부터 차례로 적용해나간다.

단계 3. 위의 과정을 서브트리 *T2*의 마지막 노드까지 반복하여 *Π(T)*의 수만큼 컬러를 할당한다.

② 서브트리 *T1*에서 *T2*로의 컬러 할당 서브트리 *T2*에서 서브트리 *T1*으로의 컬러 할당의 역순으로 컬러를 할당한다. 즉, *컬러 1*은 *컬러 Π(T)*로 *컬러 2*는 *컬러 Π(T)-1*로 *컬러 3*은 *컬러 Π(T)-2*로 계속해서 할당하여 *컬러 1*이 될 때까지 할당한다.

[Local Coloring 방법][그림 2참조]

먼저 주어진 트리를 *T*, *T*의 임의 노드를 *i*, *j*라 하고, 위에서 말한 특정 에지 *e(i,j)*(노드 *i*는 노드 *j*보다 상위노드)를 중심으로 양분된 트리 *T*의 서브트리를 각각 *T1*, *T2*라 하자. 또한 아래 그림과 같이 트리 *T*에서 노드 *j*를 포함하지 않는 노드 *i*의 자노드들을 노드 *k*라 하며, 노드 *k*를 근노드로 하는 서브트리를 *Tk*, 또한 노드 l은 노드 *k*와 같은 의미로 *k*이외의 자노드들, 노드 *p*는 노드 *i*의 부노드라하며 노드 *m*을 노드 *j*의 자노드들이라고 가정한다. 만일 여기서 *Local Coloring* 방법을 통해 할당된 컬러가 $C_{a,b}$에 저장된다고 가정하면, 이때 *a*, *b*는 각각 단일 노드 혹은 트리의 전 노드가 되며, 노드 *a*에서 출발하여 에지를 따라 노드 *b*에 도착하기까지 거쳐가는 중간 노드들에도 모두 컬러가 할당될 것이다. 예를 들어, $C_{T1,T2}$라 한다면 트리 *T*의 근노드를 시작으로 깊이 우선 탐색(DFS: Depth First Search) 방식을 이용, *T2*의 전 노드에 걸쳐 컬러가 할당된다. 또한 여기서는 *in(υ)*와 *out(υ)*를 사용하였는데, 만일 $C_{p,in(\upsilon)}$라 하면 노드 *p*를 거쳐 노드 *υ*를 거치지 않고 노드 *υ*에 도착한 컬러를 의미하며, $C_{out(\upsilon),p}$라 하면 노드 *υ*를 거치지 않고 해당 노드 *υ*에서 출발하여 노드 *p*를 거쳐 가는 컬러를 의미한다. 여기서 주의해야할 점은 컬러가 할당될 때는 반드시 동일 방향의 에지를 통과하는 같은 컬러가 없어야 한다는 것이다. 따라서, 컬러를 할당할 때는 먼저 위의 제약 조건을 만족하는지를 살펴보아야 한다. 하지만, 본 알고리즘에서는 기본적으로 위의 사실에 따르고 있으며, 각 요청 노드쌍들에 대한 컬러의 할당 순서는 DFS 순서에 따른다고 가정한다.

Local coloring 방법은 최초 트리 분할이후부터, 트리 *T*의 각 요청 노드쌍들에 대해 일정 제약조건을 만족하면서 채색이 이루어진다. 여기서는 기본적으로 주어진 트리의 유형을 세 가지로 나눠 요청되는 각 노드쌍들에 대해 컬러를 할당하였다. 즉, 주어진 트리가 위에서 말한 특정 에지 *e(i,j)*(노드 *i*는 노드 *j*보다 상위노드)를 중심으로 양분된다고 할 때, 노드 *i*의 자노드 수에 따라 트리의 유형을 아래 그림 2와

같이 세 가지로 구분한다.

TYPE A. 노드 j를 포함한 노드 i의 자노드 수가 1일 때 (이때 노드 i의 자노드는 노드 j이다.)

TYPE B. 노드 j를 포함한 노드 i의 자노드 수가 2일 때

TYPE C. 노드 j를 포함한 노드 i의 자노드 수가 3보다 크거나 같을 때

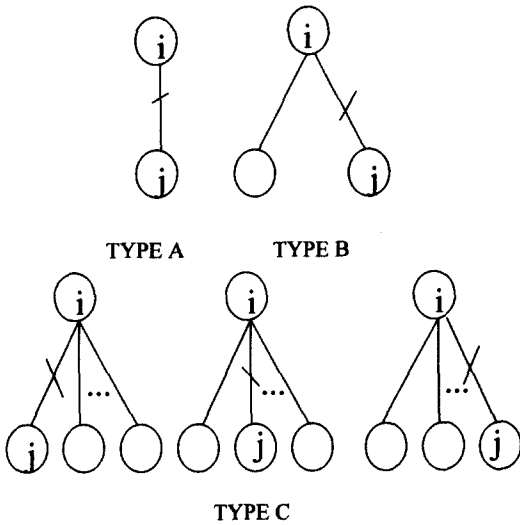



그림 3. *Local Coloring* 방법에서 트리의 세 유형

1) TYPE A

먼저 위의 TYPE A를 좀더 세분하면 아래 와 같이 두 가지 유형으로 나뉠 수 있다. 첫 번째 경우는 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브트리의 최상위 노드일 경우를 말하며, 이에 반해 두번째 경우는 그 반대의 경우를 말한다. 그 각각의 경우에 대해 우선 순위에 따라, 아래와 같이 순차적으로 할당해야 할 개수만큼 컬러가 부여된다.

ⓐ 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브트리의 최상위 노드일 경우

i) $C_{T2,i}$ 컬러링
$C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$ 순으로 컬러를 할당

ii) $C_{i,T2}$ 컬러링
$C_{j,in(i)}$, $C_{m,j}$ 순으로 컬러를 할당

ⓑ 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브트리의 최상위 노드가 아닐 경우

i) $C_{T2,i}$ 컬러링
$C_{p,in(i)}$ 혹은 $C_{out(i),p}$ 그리고 $C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$순으로 컬러를 할당

ii) $C_{i,T2}$ 컬러링
$C_{out(i),p}$ 혹은 $C_{p,in(i)}$ 그리고 $C_{j,in(i)}$, $C_{m,j}$순으로 컬러를 할당

2) TYPE B

이 경우도 역시 위의 TYPE A와 마찬가지로, 아래와 같이 두 경우로 나뉠 수 있다. 따라서 그 각각의 경우에 대해 우선 순위에 따라, 다음과 같이 순차적으로 할당해야 할 개수만큼 컬러가 부여된다.

ⓐ 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브트리의 최상위 노드일 경우

i) $C_{T2,i}$ 그리고 $C_{T2,Tk}$ 컬러링
($C_{i,k}$: 만일 $C_{T2,i}$인 경우), $C_{k,i}$, $C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$ 순으로 컬러를 할당

ii) $C_{i,T2}$ 그리고 $C_{Tk,T2}$ 컬러링
($C_{k,i}$: 만일 $C_{i,T2}$인 경우), $C_{i,k}$, $C_{out(j),i}$, $C_{m,j}$ 순으로 컬러를 할당

ⓑ 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브 트리의 최상위 노드가 아닐 경우

i) $C_{T2,i}$ 그리고 $C_{T2,Tk}$ 컬러링
($C_{i,k}$: 만일 $C_{T2,i}$인 경우), $C_{p,in(i)}$ 혹은 $C_{out(i),p}$ 그리고 $C_{k,i}$, $C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$ 순으로 컬러를 할당

ii) $C_{i,T2}$ 그리고 $C_{Tk,T2}$ 컬러링($C_{k,i}$: 만일 $C_{i,T2}$인 경우), $C_{out(i),p}$ 혹은 $C_{p,in(i)}$ 그리고 $C_{i,k}$, $C_{out(j),i}$, $C_{m,j}$ 순으로 컬러를 할당

이 때, $C_{T2,i}$인 경우에 컬러 $C_{i,k}$를 우선적으로 할당하는 이유는, 할당할 수 있는 다른 컬러들에 대한 이용 빈도를 높이기 위해서이다.

3) TYPE C

이 경우도 역시 위의 TYPE B와 마찬가지로, 아래와 같이 두 경우로 나뉠 수 있다. 또한 그 각각의 경우에 대해 우선 순위에 따라, 다음과 같이 순차적으로 할당해야 할 노드의 개수만큼 컬러가 부여된다.

ⓐ 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브트리의 최상위 노드일 경우

i) $C_{T2,i}$ 그리고 $C_{T2,Tk}$ 컬러링
($C_{i,k}$ 혹은 $C_{i,l}$: 만일 $C_{T2,i}$인 경우), $C_{l,i}$, $C_{i,l}$, $C_{k,i}$, $C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$ 순으로 컬러를 할당

ii) $C_{i,T2}$ 그리고 $C_{Tk,T2}$ 컬러링

($C_{k,i}$ 혹은 $C_{l,i}$: 만일 $C_{i,T2}$인 경우), $C_{l,i}$, $C_{i,l}$, $C_{i,k}$, $C_{out(j),i}$, $C_{m,j}$ 순으로 컬러를 할당

ⓑ 양분된 노드 i가 주어진 트리 또는 서브트리의 최상위 노드가 아닐 경우

i) $C_{T2,i}$ 그리고 $C_{T2,Tk}$ 컬러링 ($C_{i,k}$ 혹은 $C_{i,l}$: 만일 $C_{T2,i}$인 경우), $C_{p,in(i)}$ 혹은 $C_{out(i),p}$ 그리고 $C_{l,i}$, $C_{i,l}$, $C_{k,i}$, $C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$ 순으로 할당

ii) $C_{i,T2}$ 그리고 $C_{Tk,T2}$ 컬러링 ($C_{k,i}$ 혹은 $C_{l,i}$: 만일 $C_{i,T2}$인 경우), $C_{out(i),p}$ 혹은 $C_{p,in(i)}$ 그리고 $C_{l,i}$, $C_{i,l}$, $C_{i,k}$, $C_{out(j),i}$, $C_{m,j}$ 순으로 할당

위의 $C_{T2,i}$나 혹은 $C_{i,T2}$인 경우에 있어서는, k를 근노드로 하는 서브트리 Tk 나 혹은 l을 근노드로 하는 서브트리 T_l중 가중치가 보다 많은 쪽, 다시 말해 노드 전체의 개수가 많은 쪽에 우선 순위가 부여된다. 왜냐하면 노드의 개수가 많을수록 해당 서브트리에서 할당해야할 컬러 수가 많아지기 때문에 할당할 수 있는 다른 컬러들(예를 들어 $C_{T2,i}$인 경우, $C_{p,in(i)}$, $C_{out(i),p}$, $C_{l,i}$, $C_{i,l}$, $C_{k,i}$, $C_{i,in(j)}$, $C_{j,m}$ 등등)에 대한 이용빈도를 높이기 위해서이다.

지금까지 살펴본 세 가지 유형은 서브트리 $T2$의 전 노드에서 서브트리 $T1$의 전 노드로 가는 컬러링이 아니라 서브트리 $T1$중 일부 즉, 여기서는 노드 i나 혹은 노드 i의 자노드들로 가는 컬러링이었다. 따라서, 서브트리 $T2$의 전 노드에서 서브트리 $T1$의 노드 전체로 가는 컬러링을 행하기 위해서는, 노드 i를 상위노드인, 노드 p로 두고 계속해서 서브트리 $T1$의 최상위 노드까지 위의 알고리즘을 다시금 반복, 적용시켜 나가야 한다.

2.2 알고리즘

지금까지 설명한 알고리즘 개요와 기본 가정을 토대로 실제 알고리즘을 기술하면 다음과 같다.

단계 1. 주어진 트리 T의 전 노드들에 대 한가중치 $w(1), w(2), w(3), \ldots, w(v)$(이때, v는 트리 T내의 임의노드이다.)를 구하여 최대 경로를 갖는 에지 $e(i,j)$를 찾는다.

단계 2. 위의 에지 e를 중심으로 링크된 두 노드 i와 j중 가중치가 보다 크거나 같은 노드를 근노드로, 주어진 트리 T를 재배열한다.

단계 3. 재배열된 트리 T를 위의 단계 1을 통해 구해진 특정 에지 $e(i,j)$를 중심으로 서브트리 $T1$과 $T2$로 양분한다.

단계 4. 만약 트리 T의 모든 경로에 부여된 컬러가 하나도 없다면 *Global Coloring*을 행하고, 그렇지 않으면 서브트리 $T1$과 $T2$에 대해 각각 *Local Coloring*을 행한다.

단계 5. 주어진 서브트리 $T1$과 $T2$를 각각 T라 놓고, 트리 T가 더 이상 양분되지 않을 때까지 각각의 서브트리에 대해 위의 단계 1에서부터 5까지를 반복해서 행한다.

2.3 알고리즘 분석

본 논문에서 제안하고 있는 알고리즘의 시간 복잡도에 대해 계산해 보자. 주어진 트리 내에 있는 전 노드의 개수를 n이라 할 때, 우선 단계 1의 경우, 주어진 트리에 대해 가중치를 계산하는 문제는 해당 트리의 각 노드를 DFS순으로 방문하기만 하면 되므로 시간 복잡도는 $O(n)$이다. 또한, 단계 2와 3의 경우 역시 주어진 트리 내에 있는 각각의 에지를 한번씩 방문하면 되므로 시간 복잡도는 $O(e)$이다. 하지만, 단계 4와 5의 경우는 좀 다르다. 왜냐하면, 위의 두 단계에서 주어진 트리 내의 모든 경로에 대한 실질적인 파장이 할당되기 때문이다. 이때, Global Coloring의 경우는 최초 한번만 수행되면 되므로 주어진 서브트리 각각의 개수를 n이라 할 때, 시간 복잡도는 $O(n^2)$이다. 이에 반해 *Local Coloring*의 경우, 시간 복잡도는 다음과 같이 계산된다.

주어진 트리의 depth를 계산하면, 대략 log n이고 한 depth마다 최대 $2^k(2<=k<=\log n)$의 local coloring이 행해지며 한번의 local coloring마다 할당해야할 최대 컬러수를 $n^2(=n/2*n/2)$이라 할 때, 이 n^2에 대해 양분된 두 서브트리내의 전 노드$(n/2^k*n/2^k)$마다 탐색해야 하므로 이때 걸리는 탐색시간이 약 log n(binary search로 가정)정도가 걸린다고 하면 $O(n^4 \log n)$만큼의 수행이 이루어진다. 이것을 수식화해서 간단히 나타내면 아래와 같다.

$$\sum_{k=2}^{\log n} 2^k\left(\frac{n}{2^{k-1}} + \frac{1}{2^{2k-1}}(n^4 \log n)\right) \le n^4 \log n$$

따라서, 본 알고리즘의 전체 시간 복잡도는 $O(n^4 \log n)$으로 다항 시간 내에서 주어진 트리 내에 있는

모든 경로에 파장을 할당할 수 있는 새로운 알고리즘을 제안했다.

3. 결론 및 향후 연구 방향

다가오는 21세기를 생각해 볼 때, 광 네트워크 기술은 아주 중요한 요소 기술 중의 하나로 떠오르고 있다. 이들 중 다중 광 네트워크 분야에서 해결해야 할 중요한 기술 중의 하나가 바로 주어진 경로를 설정하는데 있어 최소 수를 이용하여 효율적으로 파장을 할당하는 문제이다. 따라서, 본 논문에서는 네트워크의 위상 구조를 트리의 경우로 한정지어, 이러한 일반 트리 상에서 주어진 모든 경로에 대해 파장을 할당하는데 있어 최소 수의 파장만을 이용하여 다항 시간 내에 해결할 수 있는 새로운 알고리즘을 제안하였다.

제안한 알고리즘의 시간 복잡도는 $O(n^4 \log n)$으로 계산되었는데, 이 복잡도는 다항 시간 알고리즘이긴 하지만 더욱 개선시켜야 될 여지가 있다고 사려된다. 따라서, 이 알고리즘의 시간 복잡도를 줄여 전체 수행 시간을 향상시키는 것이 앞으로 수행해야 할 첫 번째 과제이다. 또한, 이 개선된 알고리즘을 실제 프로그램으로 구현함으로써 이를 검증해야 할 것이다. 그밖에, 만일 요청된 트리에서 일부 링크에 장애가 발생한다든지 아니면, 이미 모든 경로에 파장이 할당되어 있는데도 불구하고 추가적인 연결 요청이 발생한다든지 할 경우에 어떠한 방식으로 파장을 보다 효율적으로 할당 할 것인가가 앞으로 수행해야 할 두 번째 연구 과제이다.

참 고 문 헌

[1] T. Erlebach and K. Jansen. "Scheduling of Virtual Connections in Fast Networks", Proc. of 4th Workshop on Parallel Systems and Algorithms PASA '96, 1996.

[2] P. E. Green. Fiber-Optic Communication Networks, Prentice-Hall, 1992.

[3] A. Aggarwal, A. Bar-Noy, D. Coppersmith, R. Ramaswami, B. Schieber, M. Sudan. "Efficient Routing and Scheduling Algorithms for Optical Networks", in Proceedings of the 5th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA'94), 1994.

[4] J-C. Bermond, L. Gargano, S. Perennes, A. Rescigno and U. Vaccaro. "Efficient Collective Communications in Optical Networks", Proc. 23nd ICALP'96, Paderborn, Germany, 1996.

[5] M. Mihail, C. Kaklamanis, S. Rao, "Efficient Access to Optical Bandwidth", Proceedings of 36th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science(FOCS'95), 1995.

[6] Dhritiman Banerjee and Biswanath Mukherjee, Member, IEEE, "A Practical Approach for Routing and Wavelength Assignment in Large Wavelength Assignment in Large Wavelength-Routed Optical Networks", IEEE Journal on selected areas in communications, Vol. 14, No. 5, June 1996.

[7] Luisa Gargano, Pavol Hell and Stephane Perennes, "Colouring Paths in Directed Symmetric Trees with Applications to WDM Routing", ICALP97, 1997.

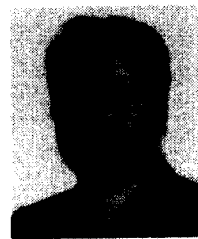
강 성 수

1981년 2월 홍익대학교 전자계산학과(공학사)
1987년 2월 부산대학교 대학원 전자계산학과(공학석사)
1997년 2월 경상대학교 대학원 컴퓨터공학과(박사과정수료)
1987년~진주산업대학교 컴퓨터공학과 부교수
관심분야 : 퍼지이론, 전문가시스템, 패턴인식 등

김 창 근

1981년 2월 경상대학교 전산통계학과(공학사)
1991년 2월 경남대학교 대학원 컴퓨터공학과(공학석사)
1999년 8월 경남대학교 대학원 컴퓨터공학과(공학박사)
1986년~진주산업대학교 컴퓨터공학과 조교수
관심분야 : VOD, 멀티미디어통신, 전자도서관, 광통신 등

김 순 석

1997년 2월 진주산업대학교 전자계산학과(공학사)
1999년 2월 중앙대학교 대학원 컴퓨터공학과(공학석사)
1999년~중앙대학교 대학원 컴퓨터공학과(박사과정)
관심분야 : 컴퓨터 알고리즘, 광네트워크, 정보보호 등

탁 한 호

1987년 2월 부경대학교 전자공학과(공학사)
1992년 2월 동아대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
1998년 2월 한국해양대학교 대학원 전자통신공학과(공학박사)
1987년 1월~1989년 2월 (주)홍창 연구소 연구원
1989년~진주산업대학교 전자공학과 부교수
관심분야 : 멀티미디어시스템, 퍼지-신경망시스템, 로봇틱스, 트랜스포테이션 등